PYTHAGORAS: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika, 13(2): 180-191
Oktober 2024
p-ISSN: 2301-5314
e-ISSN: 2615-7926

Optimasi masalah transportasi yang mengandung biaya variabel dan biaya tetap menggunakan metode *branching*

Fahrudin Muhtarulloh*, Nizmi Fitri Rahayu, Dian Nuraiman, Esih Sukaesih

UIN Sunan Gunung Djati, Bandung, Jawa Barat, Indonesia
*fahrudin.math@uinsgd.ac.id

Diserahkan: 22/11/2023; Diterima: 23/07/2024; Diterbitkan: 30/10/2024

Abstrak. Pertumbuhan sektor industri telah menjadi salah satu penyebab utama timbulnya tantangan dalam transportasi, yang menjadi perhatian utama perusahaan. Studi ini bertujuan untuk mengidentifikasi biaya transportasi yang paling efisien, dengan menekankan pada pengurangan biaya secara maksimal. Masalah transportasi yang mencakup biaya tetap adalah subkategori spesifik yang melibatkan dua jenis biaya yaitu biaya tetap dan biaya variabel. Metode Branching merupakan pendekatan linier yang diterapkan untuk menyelesaikan masalah dengan biaya tetap. Prosesnya dimulai dengan penyusunan Tabel Balinski RTP, diikuti dengan penyelesaian seperti halnya masalah transportasi biasa. Cabang kemudian dibentuk bertahap dengan memasukan atau mengeluarkan sel yang dipilih untuk menemukan solusi optimal global pada masalah transportasi biaya tetap. Dalam penelitian ini, biaya tetap yang dimaksud adalah biaya sewa kendaraan, sedangkan biaya variabel berkaitan dengan biaya bahan bakar. Hasil analisis menunjukkan bahwa solusi optimal yang diperoleh mencapai Rp 11.511.411.768.000, menandakan efektivitas Metode Branching dalam menangani masalah transportasi biaya tetap dengan menghasilkan solusi optimal.

Kata kunci: Biaya Tetap, Masalah Transportasi, Metode Branching, Solusi Optimal

Abstract.
The growth of the industrial sector has become one of the main causes of challenges in transportation, which is a primary concern for companies. This study aims to identify the most efficient transportation costs, with an emphasis on maximizing cost reduction. Transportation problems that involve fixed costs are a specific subcategory that includes two types of costs: fixed costs and variable costs. The Branching Method is a linear approach applied to solve problems involving fixed costs. The process begins with the construction of the Balinski RTP Table, followed by solving it as a standard transportation problem. Branches are then formed gradually by filling or removing selected cells to find the global optimal solution to the fixed cost transportation problem. In this study, the fixed costs refer to vehicle rental costs, while variable costs relate to fuel expenses. The analysis results indicate that the optimal solution obtained amounts to Rp 11,511,411,768,000, signifying the effectiveness of the Branching Method in addressing fixed cost transportation problems by producing an optimal solution.

Keywords: Branching Method, Fixed Costs, Optimal Solution, Transportation Problems

Pendahuluan

Dalam menjalankan sebuah usaha, pengelolaan biaya merupakan aspek krusial yang perlu diperhatikan. Perusahaan harus memastikan pendapatan yang diperoleh melebihi total biaya yang dikeluarkan agar dapat meraih keuntungan. Oleh karena itu, pemahaman mendalam mengenai konsep biaya sangat penting agar perusahaan dapat meminimalkan pengeluaran serta memaksimalkan laba. Dalam konteks anggaran perusahaan, biaya akan beradaptasi terhadap perubahan dalam aktivitas usaha. Ketika tingkat kegiatan mengalami peningkatan atau penurunan, biaya dapat berfluktuasi, baik secara proporsional maupun tetap konstan (Winarso, 2014).

Berdasarkan perilaku biaya, terdapat tiga kategori biaya yang umum. Pertama adalah biaya variabel, yang berfluktuasi sejalan dengan tingkat aktivitas perusahaan. Kedua, biaya tetap, dimana cenderung tidak berubah walaupun terdapat perubahan dalam tingkat aktivitas perusahaan dalam batas tertentu. Ketiga adalah biaya semi variabel, yang memiliki karakteristik dari kedua jenis biaya tersebut (Winarso, 2014; Rahayu et al., 2023).

Diantara biaya yang harus ditanggung perusahaan adalah biaya transportasi. Pertumbuhan perusahaan menyebabkan masalah transportasi menjadi isu penting dalam operasional perusahaan (Bowersox, 2002; Rahayu et al., 2023). Masalah transportasi merupakan isu dalam riset operasi yang klasik, di mana biaya transportasi sebanding dengan jumlah barang yang akan didistribusikan (Dili et al., 2021; Muhtarulloh, et al., (2023); Muhtarulloh, et al., (2022); Raharjo & Wulan, 2017; Rohmah et al., 2019). Salah satu sub kategori dalam masalah transportasi adalah masalah biaya tetap (Rahayu et al., 2023).

Masalah biaya tetap adalah topik menarik dalam pemrograman matematika, yang serupa dengan pemrograman linier, tetapi memiliki satu perbedaan mendasar, yaitu adanya biaya tetap dalam fungsi objektifnya. Hal ini menyulitkan pengembangan teori untuk mencari solusinya (Balinski, M. L., 1961). Berbagai penelitian telah dilakukan untuk mencari solusi dari masalah transportasi biaya tetap.

Studi ini akan membahas cara memperoleh solusi optimal global untuk masalah transportasi biaya tetap dengan Metode Branching yang diusulkan oleh Adlakha, Kowalski, dan lainnya (Adlakha et al., 2010). Berbeda dengan penelitian sebelumnya, studi ini tidak hanya mempertimbangkan biaya tetap tetapi juga melibatkan biaya variabel.

Penerapan biaya variabel ini sangat penting karena dalam dunia distribusi, biaya variabel selalu berpengaruh terhadap total biaya transportasi, seperti berat atau jumlah barang. Dengan demikian, keuntungan utama dari pelibatan biaya variabel adalah kemampuannya untuk mengakomodasi fluktuasi biaya yang terjadi dalam analisis, serta memberikan pemahaman yang lebih komprehensif tentang struktur biaya yang berubah-ubah.

Metode Penelitian

Penelitian ini termasuk jenis penelitian kuantitatif menggunakan metode Branching. Metode Branching sendiri adalah pendekatan yang digunakan untuk menangani masalah optimasi yang kompleks dengan membagi masalah kompleks menjadi sub-masalah yang lebih sederhana. Tujuan utama metode ini adalah untuk menentukan solusi optimal dengan menjajaki berbagai kemungkinan solusi secara sistematis. Metode ini sudah terbukti pada penelitian. Metode branching efektif untuk menyelesaikan masalah transportasi dengan biaya tetap pada skala kecil hingga menengah. Algoritma ini tidak hanya memberikan solusi yang mendekati optimal dengan cepat tetapi juga menjaga tingkat persediaan agar tetap optimal. Seperti penelitian sebelumnya pada PT. XYZ dapat mempertimbangkan penerapan algoritma ini secara berkelanjutan untuk meningkatkan efisiensi distribusi dan pengelolaan biaya. (Wahyuni, 2018).

Digunakan data sekunder yang didapatkan dari jurnal Venn Y. I. Ilwaru, Yopi Andry Lesnussa, Jesica Tentua, “Optimasi Biaya Distribusi Beras Miskin (RASKIN) Menggunakan Masalah Transportasi Tak Seimbang”. BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan. 2020. Kasus minimasi tidak seimbang (unbalanced) berukuran 3 x 8. Data yang tersedia dalam jurnal yaitu jumlah persediaan dan penyaluran RASKIN pada Januari tahun 2017 yang berada di pulau ambon. Kesimpulan dalam penelitian ini diperoleh dengan cara melihat solusi optimal global.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Pendekatan Linear untuk Masalah Transportasi Biaya Tetap

Balinski mengembangkan pendekatan linier masalah transportasi biaya tetap yang dibentuk dengan melonggarkan pembatas integer pada *yij* dan menyatakan bahwa:

$$y_{ij} = x_{ij}/m_{ij} \tag{1}$$

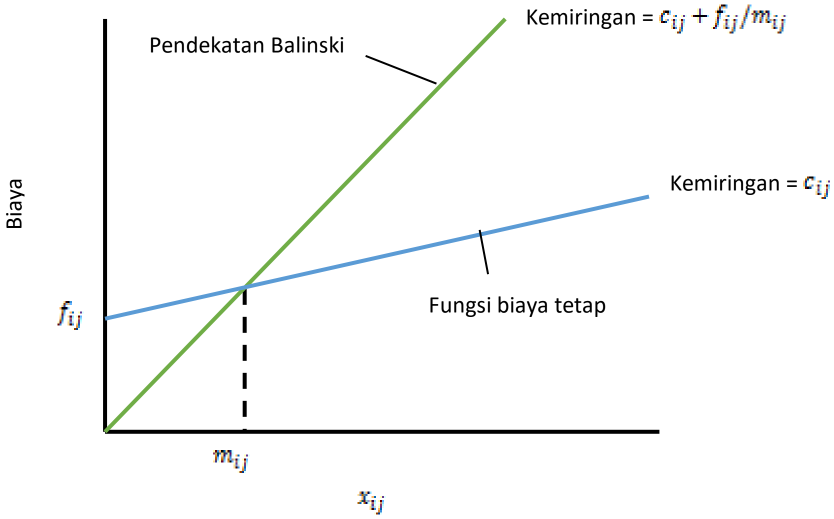
dimana

$$m_{ij} = \min(a_i, b_j) \tag{2}$$

Kemudian dapat dinyatakan bahwa pengiriman unit x_{ij} dari i ke j di P adalah

$$D_{ij} = c_{ij} + f_{ij}/m_{ij} \tag{3}$$

Pada dasarnya, teknik yang dilakukan cukup sederhana yaitu memformulasikan P sebagai masalah integer linear dan pembatasan integralnya direlaksasi. Relaksasi dari masalah integer linear adalah masalah yang muncul dengan menghilangkan pembatas integral dari setiap variabel. Pada masalah integer, batasannya dinyatakan oleh $y_{ij} \in \{0,1\}$. Sedangkan relaksasi pada masalah integer menyatakan batasannya dalam bentuk linear yaitu $0 \leq y_{ij} \leq 1$, dimana dalam kasus masalah transportasi biaya tetap ini dinyatakan dalam persamaan (1). Persamaan (1) mengakibatkan $\{y_{ij}\}$ dapat dieliminasi dan dengan demikian diperoleh (3). Teknik relaksasi ini mengubah masalah optimasi NP-Hard (pemrograman integer) menjadi masalah yang dapat diselesaikan dalam waktu polynomial (pemrograman linear). Dapat terlihat ilustrasi pendekatan linier oleh Balinski pada Gambar 1 berikut:



Gambar 1. Pendekatan Linier Balinski

Masalah transportasi relaksasi Balinski/ Balinski *Relaxation Transportation Problem* (RTP) ini dapat disebut sebagai P’ dan persamaan pada (3) dapat digunakan untuk membentuk solusi layak awal pada masalah transportasi biaya tetap yang menghasilkan nilai objektif $Z(P')$. Solusi optimal dari masalah transportasi P' adalah $\{x'_{ij}\}$, maka didapatkan solusi layak awal $\{x'_{ij}, y'_{ij}\}$ dari P dengan syarat sebagai berikut :

$$y'_{ij} = \begin{cases} 0, & jika\, x'_{ij} = 0 \\ 1, & jika\, x'_{ij} > 0 \end{cases} \tag{4}$$

dengan nilai fungsi objektif $Z(P') = \sum\sum D_{ij}x'_{ij}$.

Balinski juga membuat satu pengamatan penting lainnya yaitu nilai optimal $Z(P')$, memberikan batas bawah pada nilai optimal $Z^*(P)$ dari masalah transportasi biaya tetap (Balinski, 1961). Sehingga solusi $\{x'_{ij}, y'_{ij}\}$ menjadi solusi yang layak yang kemudian memberikan batas atas pada $Z^*(P)$. Sehingga $Z(P') < Z^*(P) < Z(P)$ atau dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\sum\sum D_{ij}x'_{ij} \le Z^*(P) \le \sum\sum(c_{ij}x_{ij} + f_{ij}y_{ij}) \tag{5}$$

Metode *Branching*

Veena Adlakha, Krzysztof Kowalski terlebih dahulu memperkenalkan metode metode heuristik untuk menyelesaikan biaya tetap pada tahun 2003 dan 2006. Metode heuristik dalam menentukan masalah transportasi dengan biaya tetap adalah teknik yang digunakan untuk menemukan solusi sub-optimal dengan cara yang relatif cepat, meskipun mungkin tidak selalu memberikan solusi terbaik (Adlakha et al., 2003). Pendekatan heuristik ini cocok untuk masalah transportasi dengan biaya tetap, terutama ketika solusi optimal sulit dicapai dalam waktu yang singkat. Dalam konteks masalah transportasi, biaya tetap berarti bahwa ada biaya awal tertentu yang dibutuhkan untuk mengaktifkan rute transportasi, selain biaya variabel yang bergantung pada jumlah unit yang diangkut (Adlakha et al., 2006).

Metode Branching ialah metode yang diperkenalkan oleh Veena Adlakha, Krzysztof Kowalski, dan Benjamin Lev. Metode ini diawali dengan formulasi linier sampai ditemukan solusi optimal dengan memisahkan biaya tetap secara berurutan dan menemukan arah untuk memperbaiki nilai dari formulasi linier dan pemrograman integer. Tujuan metode ini untuk menemukan solusi optimal dengan berbagai alternatif solusi secara sistematis. Prosedur iteratif dilakukan terus menerus untuk mempersempit batas bawah dan batas atas selama prosesnya. Solusi optimalnya didapatkan ketika kedua batas tersebut seimbang. Metode ini merupakan metode iterasi/konvergensi (Adlakha et al., 2010).

Selanjutnya pada 2014 di kembangkan lagi metode Branching yang cepat dan sederhana untuk menyelesaikan masalah transportasi biaya tetap dengan skala kecil. Algoritma ini menggabungkan elemen branching (percabangan) dalam teknik pemecahan masalah untuk mencari solusi optimal atau mendekati optimal dengan cepat. Masalah transportasi dengan biaya tetap melibatkan biaya awal tetap pada setiap rute yang digunakan, serta biaya variabel yang bergantung pada jumlah barang yang diangkut (Kowalski et al., 2014).

Berbeda dengan Metode Branch and Bound klasik yang melalui seluruh distribusi dengan beberapa perbaikan seperti mengecualikan beberapa cabang, membatasi solusi untuk beberapa daerah (Safitri et al., 2020).

Misalkan terdapat permasalahan transportasi biaya tetap dengan biaya variabel c_{ij}, biaya tetap f_{ij}, dan mij (min a_i dan b_j). Untuk menyelesaikan masalah transportasi tersebut menggunakan Metode Metode Branching, algoritmanya sebagai berikut (Adlakha, V., Kowalski, K., & Lev, B., 2010):

Langkah iteratif (berulang):

Langkah 1 : Bentuk Tabel Balinski RTP (*Relaxed Transportation Problem*) menggunakan persamaan (5) berikut

$$D_{ij} = \frac{f_{ij}}{m_{ij}} + c_{ij} \tag{5}$$

Langkah 2 : Selesaikan seperti masalah transportasi biasa dan identifikasi hasilnya sebagai x'_{ij}.

Langkah 3 : Periksa apakah memenuhi kondisi berhentinya suatu percabangan sebagai berikut;

a. Jika $\sum\sum D_{ij}x'_{ij} = \sum\sum(D_{ij}x'_{ij} + f_{ij}y'_{ij})$ atau

b. Jika $\sum\sum D_{ij}x'_{ij} \geq Z\ terendah\ yang\ didapatkan$, berhenti pada cabang ini. Selain itu, maka lanjutkan.

Prosedur selesai, jika semua percabangan berhenti.

Langkah 4 : Pilih sel yang memenuhi $0 < x'_{ij} < m_{ij}$.

Langkah 5 : Untuk tiap sel yang terpilih pada langkah 4, hitung nilai Δ menggunakan persamaan (6)

$$\Delta = f_{ij} - \left(\frac{f_{ij}}{m_{ij}}\right)x'_{ij} = f_{ij}(1 - \frac{x'_{ij}}{m_{ij}}) \tag{6}$$

Nilai Δ merepresentasikan perbedaan nilai biaya tetap antara RTP dan FCTP yang memuat x_{ij} pada sel (i,j).

Langkah 6 : Pilih sel (s,t) dengan nilai Δ tertinggi diantara sel yang teridentifikasi pada langkah 5.

Bentuk cabang dengan memilih Δ yang mempunyai f_{ij} terbesar. Jika terdapat lebih dari satu Δ, pilih satu secara acak.

Cabang Y(s,t): sel yang memuat (s,t)

Langkah 7 : Simpan nilai $Z_{Ycost} = f_{st}$, dimana Z_{Ycost} mewakili biaya tetap sepanjang cabang Y(s,t). Tetapkan $f_{st} = 0$ pada masalah transportasi biaya tetap.

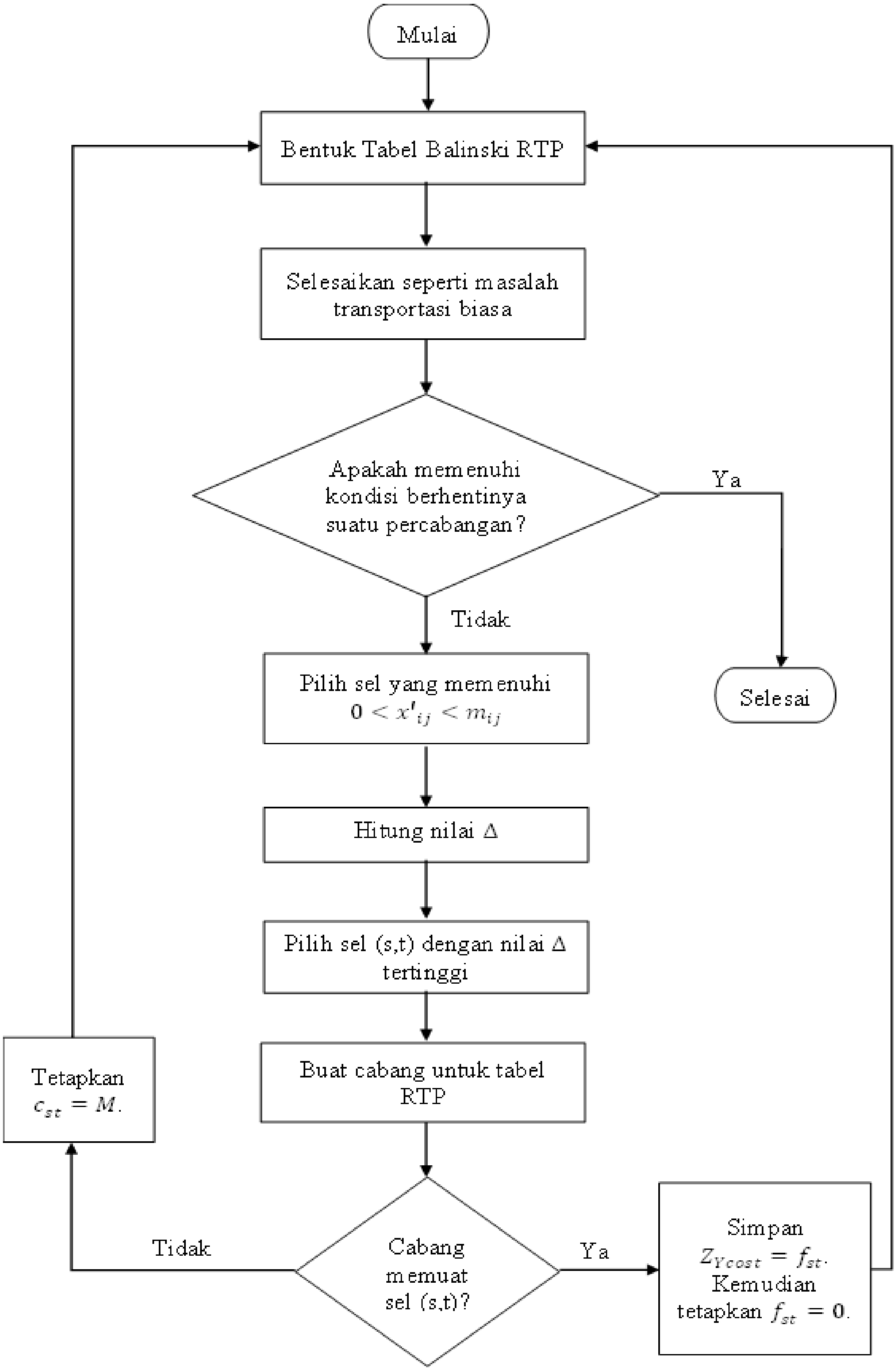
Langkah 8 : Ulangi langkah 1-6 dengan masalah transportasi yang telah diubah.

Cabang N(s,t): sel yang tidak memuat (s,t)

Langkah 9 : Tetapkan $c_{st} = M$ (bilangan yang sangat besar) pada masalah transportasi biaya tetap.

Langkah 10 : Ulangi langkah 1-6 dengan masalah transportasi yang telah diubah.

Sepuluh langkah tersebut dapat disajikan secara lebih sederhana dan mudah terbaca melalui Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Alur Metode Branching

Penerapan Metode *Branching*

Pada penelitian ini, akan dicari biaya paling minimum atau paling murah dalam pendistribusian beras RASKIN yang berada di pulau Ambon bulan Januari tahun 2017. Data yang tersedia adalah data persediaan dan pendistribusian, seperti pada Tabel 1 dan Tabel 2 (Ilwaru et al., 2020).

Dalam pelaksanaan pendistribusian RASKIN, perusahaan memanfaatkan jasa penyewaan kendaraan untuk mengangkut beras dari berbagai sumber ke sejumlah lokasi. Truk dengan kapasitas maksimal 10 ton digunakan untuk proses pengiriman. Setiap jalur distribusi memiliki kebutuhan truk yang bervariasi. Dengan memperhitungkan jumlah persediaan dan permintaan, kebutuhan truk dapat dihitung berdasarkan ketentuan berikut:

$$Kebutuhan\ truk = \begin{cases} \dfrac{persediaan}{kapasitas\ truk} & ; permintaan > persediaan \\ \dfrac{permintaan}{kapasitas\ truk} & ; permintaan < persediaan \end{cases}$$

Kebutuhan truk yang disebutkan di atas adalah untuk pengiriman selama satu bulan. Setiap hari, satu truk dapat melakukan pengiriman RASKIN sebanyak satu kali, termasuk perjalanan pergi dan pulang ke gudang. Oleh karena itu, jumlah minimal truk yang diperlukan dalam sebulan dapat dihitung dengan membagi kebutuhan truk dengan jumlah hari dalam sebulan (31 hari). Biaya sewa kendaraan adalah sebesar Rp 25.000.000 per unit untuk durasi satu bulan, sehingga total biaya sewa kendaraan adalah:

$$Biaya\ sewa\ kendaraan = jumlah\ minimal\ truk\ x\ biaya\ sewa\ per\ unit$$

Tabel 1. Persediaan RASKIN Bulan Januari Tahun 2017

No	Gudang	Lokasi	Total Persediaan Beras (kg)
1	Gudang Salobar	Air Salobar	1.332.634
2	Gudang Halong	Halong	1.461.624
3	Gudang Tulehu	Tulehu	825.795

Tabel 2. Pendistribusian RASKIN Bulan Januari Tahun 2017

No	Titik Distribusi	Jumlah Permintaan Beras (kg) / Tahun
1	Kec. Nusaniwe	603.900
2	Kec. Sirimau	630.000
3	Kec. Teluk Ambon	369.540
4	Kec. Baguala	313.740
5	Kec. Leitimur Selatan	110.520
6	Kec. Leihitu	599.400
7	Kec. Leihitu Barat	250.560
8	Kec. Salahutu	351.540

Disamping biaya sewa kendaraan, terdapat pula biaya lain yaitu biaya bahan bakar. Biaya ini dihitung mulai dari perjalanan keberangkatan sampai kembali ke gudang. Selanjutnya, untuk 1 liter solar dapat digunakan oleh truk selama 3 km dengan harga Rp 5.500. Perhitungan matematis untuk total biaya bahan bakar dapat dilihat pada Tabel 3, dimana untuk mencari biaya bahan bakar menggunakan rumus berikut:

$$Biaya\ bahan\ bakar = jumlah\ truk\ \times jarak\ \times harga\ 1\ liter\ solar\ \times\ 31\ (1\ bulan)$$

Tabel 3. Tabel Biaya Angkut RASKIN dari Gudang ke Titik Distribusi (Rupiah)

Dari/Ke	**K. NS**	**K.SR**	**K. TA**	**K.BG**	**K.LS**	**K. LH**	**K.LB**	**K.SL**
G. Salobar	50.000; 767	75.000; 2.826	50.000; 3.832	50.000; 5.109	25.000; 4.311	50.000; 11.815	25.000; 6.227	50.000; 9.579
G. Halong	50.000; 2.331	75.000; 1.533	50.000; 1.916	50.000; 2.268	25.000; 2.874	50.000; 9.899	25.000; 5.269	50.000; 6.706
G. Tulehu	50.000; 8.622	75.000; 11.016	50.000; 7.025	50.000; 3.832	25.000; 3.672	50.000; 12.772	25.000; 7.823	50.000; 511

**dalam ribuan*

Keterangan:

K.NS : Kecamatan Nusaniwe
K.SR : Kecamatan Sirimau
K.TA : Kecamatan Teluk Ambon
K.BG : Kecamatan Baguala
K. LS : Kecamatan Leitimur Selatan
K.LH : Kecamatan Leihitu
K.LB : Kecamatan Leihitu Barat
K.SL : Kecamatan Salahutu

Tabel awal masalah transportasi biaya tetap untuk Metode *Branching* ini dapat dilihat pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Tabel Awal Masalah Transportasi Biaya Tetap pada Studi Kasus I dengan Metode *Branching*

Tujuan Sumber	**D1**	**D2**	**D3**	**D4**	**D5**	**D6**	**D7**	**D8**	**Supply**
S1	50.000; 767	75.000; 2.826	50.000; 3.832	50.000; 5.109	25.000; 4.311	50.000; 11.815	25.000; 6.227	50.000; 9.579	1.332.634
S2	50.000; 2.331	75.000; 1.533	50.000; 1.916	50.000; 2.268	25.000; 2.874	50.000; 9.899	25.000; 5.269	50.000; 6.706	1.461.624
S3	50.000; 8.622	75.000; 11.016	50.000; 7.025	50.000; 3.832	25.000; 3.672	50.000; 12.772	25.000; 7.823	50.000; 511	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	

Langkah 1: Bentuk Tabel Balinski seperti diperlihatkan pada Tabel 5 berikut.

Tabel 5. Tabel Balinski RTP (D_{ij}) untuk Metode *Branching*

Tujuan Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	Supply
S1	767,083	2826,119	3832,135	5109,159	4311,226	11815,083	6227,1	9579,142	1.332.634
S2	2331,083	1533,119	1916,135	2268,159	2874,226	9899,083	5269,1	6706,142	1.461.624
S3	8622,083	11016,119	7025,135	3832,159	3672,226	12772,083	7823,1	511,142	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	

Langkah 2

Selanjutnya, dilakukan perhitungan untuk mendapatkan solusi layak awal menggunakan Metode *Least Cost* dan VAM. Hasil perhitungan solusi layak awal menggunakan metode *least cost* adalah sebesar Rp 12.406.003.011.660. Sedangkan hasil perhitungan solusi layak awal menggunakan VAM adalah sebesar Rp 11.575.621.456.660. Karena hasil perhitungan menggunakan VAM lebih kecil, maka akan dipilih hasil tersebut sebagai solusi layak awal dalam Metode *Branching*. Kemudian, dilanjutkan dengan mencari solusi optimal dan diperoleh seperti pada Tabel 6 berikut:

Tabel 6. Tabel Solusi Optimal (x'_{ij}) Masalah Transportasi Menggunakan Metode MODI

Tujuan Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	Dummy	Supply
S1	603.900	451.056	0	0	0	0	250.560	0	27.118	1.332.634
S2	0	178.944	369.540	313.740	0	599.400	0	0	0	1.461.624
S3	0	0	0	0	110.520	0	0	351.540	363.735	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	390.853	

Langkah 3

Berdasarkan Tabel 6, diperoleh $\sum\sum D_{ij}x'_{ij} =$ 11.511.336.768.000 dan $\sum\sum(c_{ij}x'_{ij} + f_{ij}y'_{ij}) =$ 11.511.411.768.000. Karena $\sum\sum D_{ij}x'_{ij} \neq \sum\sum(c_{ij}x'_{ij} + f_{ij}y'_{ij})$, maka belum terpenuhi kondisi berhentinya percabangan, artinya lanjut ke langkah 4.

Langkah 4

Sel yang memenuhi yaitu sel (1,2) dan sel (2,2) yang memuat 451.056 dan 178.944.

Langkah 5

$$\Delta_{12} = f_{12}\left(1 - \frac{x'_{12}}{m_{12}}\right) = 75.000.000\left(1 - \frac{451.056}{630.000}\right) = 21.302.857$$

$$\Delta_{22} = f_{25}\left(1 - \frac{x'_{22}}{m_{22}}\right) = 75.000.000\left(1 - \frac{178.944}{630.000}\right) = 53.697.143$$

Langkah 6:

Sel (2,2) merupakan sel dengan nilai Δ terbesar yaitu 53.697.143. Maka akan dibentuk cabang Y(2,2) dan N(2,2)

a. Cabang Y (2,2)

Langkah 7

Akan disimpan nilai $Z_{Ycost} = f_{22} = 75.000.000$ dan pada sel (2,2) akan diubah $f_{22} = 0$. Sehingga, Tabel awal masalah transportasi biaya tetap untuk cabang Y(2,2) adalah seperti diperlihatkan pada Tabel 7 berikut.

Tabel 7. Tabel Awal Masalah Transportasi Cabang Y (2,2)

Tujuan Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	Supply
S1	50.000; 767	75.000; 2.826	50.000; 3.832	50.000; 5.109	25.000; 4.311	50.000; 11.815	25.000; 6.227	50.000; 9.579	1.332.634
S2	50.000; 2.331	0; 1.533	50.000; 1.916	50.000; 2.268	25.000; 2.874	50.000; 9.899	25.000; 5.269	50.000; 6.706	1.461.624
S3	50.000; 8.622	75.000; 11.016	50.000; 7.025	50.000; 3.832	25.000; 3.672	50.000; 12.772	25.000; 7.823	50.000; 511	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	

Pada cabang Y (2,2) ini, dilakukan kembali langkah 1-6 untuk mendapatkan solusi dan diperoleh solusi tersebut pada Tabel 8 berikut:

Tabel 8. Tabel Solusi (x'_{ij}) Masalah Transportasi Cabang Y (2,2)

Tujuan Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	Dummy	Supply
S1	603.900	451.056	0	0	0	0	250.560	0	27.118	1.332.634
S2	0	178.944	369.540	313.740	0	599.400	0	0	0	1.461.624
S3	0	0	0	0	110.520	0	0	351.540	363.735	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	390.853	

Setelah didapatkan solusi untuk cabang Y(2,2), Diperoleh $\sum\sum D_{ij}x'_{ij} =$ Z(P) = 11.511.390.466.000 dan $\sum\sum(c_{ij}x'_{ij} + f_{ij}y'_{ij}) =$ Z(P') = 11.511.411.768.000. Karena Z(P) ≠ Z(P'), maka akan dihitung kembali nilai Δ. Sel yang terpilih adalah sel (1,2) dan (2,2).

Diperoleh,

$$\Delta_{12} = f_{12}\left(1 - \frac{x'_{12}}{m_{12}}\right) = 75.000.000\left(1 - \frac{451.056}{630.000}\right) = 21.302.857$$

$$\Delta_{22} = f_{25}\left(1 - \frac{x'_{22}}{m_{22}}\right) = 75.000.000\left(1 - \frac{178.944}{630.000}\right) = 53.697.143$$

Sel (2,2) merupakan sel dengan nilai Δ terbesar yaitu 53.697.143. Karena sudah terbentuk cabang untuk sel (2,2), maka tidak dapat dibentuk cabang lebih lanjut sehingga cabang ini berhenti.

b. *Cabang N (2,2)*

Langkah 9:

Akan ditetapkan $c_{22} = M$ pada masalah transportasi cabang N(2,2). Diperoleh Tabel 9 berikut.

Tabel 9. Tabel Awal Masalah Transportasi Cabang N (2,2)

Tujuan Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	Supply
S1	50.000; 767	75.000; 2.826	50.000; 3.832	50.000; 5.109	25.000; 4.311	50.000; 11.815	25.000; 6.227	50.000; 9.579	1.332.634
S2	50.000; 2.331	75.000; M	50.000; 1.916	50.000; 2.268	25.000; 2.874	50.000; 9.899	25.000; 5.269	50.000; 6.706	1.461.624
S3	50.000; 8.622	75.000; 11.016	50.000; 7.025	50.000; 3.832	25.000; 3.672	50.000; 12.772	25.000; 7.823	50.000; 511	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	

Kemudian, dilakukan kembali langkah 1-6 untuk memperoleh solusi pada cabang N(2,2) dan diperoleh hasil seperti pada Tabel 10 berikut.

Tabel 10. Tabel Solusi (x'_{ij}) Masalah Transportasi Cabang N (2,2)

Tujuan Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	Dummy	Supply
S1	603.900	630.000	0	0	0	0	71.616	0	27.118	1.332.634
S2	0		369.540	313.740	0	599.400	178.944	0	0	1.461.624
S3	0	0	0	0	110.520	0	0	351.540	363.735	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	390.853	

Diperoleh $\sum\sum D_{ij}x'_{ij} =$ Z(P) = 11.571.283.008.000 dan $\sum\sum(c_{ij}x'_{ij} + f_{ij}y'_{ij}) =$ Z(P') = 11.571.308.008.000. Karena $Z(P) = \sum\sum D_{ij}x'_{ij} \geq$ Z terendah yang didapatkan sebelumnya. Maka cabang ini berhenti. Dari seluruh Z yang didapatkan, dapat disimpulkan bahwa solusi yang diperoleh sebelum dibentuk cabang telah optimal yaitu sebesar Rp 11.511.411.768.000.

Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan studi hasil dan pembahasan yang sudah disampaikan sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa Metode Branching dapat menyelesaikan masalah transportasi biaya tetap dan menghasilkan solusi yang optimal. Adapun biaya optimal yang dihasil oleh Metode Branching yaitu sebesar Rp 11.511.411.768.000.

Daftar Pustaka

Adlakha, V., & Kowalski, K. (2003). A simple heuristic for solving small fixed-charge transportation problems. *Omega*, *31*(3), 205–211.

Adlakha, V., Kowalski, K., & Lev, B. (2010). A branching method for the fixed charge transportation problem. *Omega*, *38*(5), 393–397.

Adlakha, V., Kowalski, K., & Vemuganti, R. R. (2006). Heuristic algorithms for the fixed-charge transportation problem. *Opsearch*, *43*, 132–151.

Balinski, M. L. (1961). Fixed cost transportation problems. *Naval Research Logistics Quarterly*, *8*(1), 41–54.

Bowersox, D. J. (2002). *Supply Chain Logistics Management. New York: TheMcGraw-Hill Companies*. Inc.

Dili, Y. N., Wulan, E. R., & Ilahi, F. (2021). Penyelesaian Masalah Transportasi untuk Mencari Solusi Optimal dengan Pendekatan Minimum Spanning Tree (MST) Menggunakan Algoritma Kruskal dan Algoritma Prim. *KUBIK: Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, *6*(1), 44–50.

Ilwaru, V. Y. I., Lesnussa, Y. A., & Tentua, J. (2020). Optimasi Biaya Distribusi Beras Miskin (Raskin) Menggunakan Masalah Transportasi Tak Seimbang. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, *14*(4), 609–618.

Kowalski, K., Lev, B., Shen, W., & Tu, Y. (2014). A fast and simple branching algorithm for solving small scale fixed-charge transportation problems. *Operations Research Perspectives*, *1*(1), 1–5.

Muhtarulloh, F., Juliana, S. N., & Wulan, E. R. (2023). Solusi Layak Awal Masalah Transportasi Menggunakan Total Opportunity Cost Matrix-Modified Extremum Difference Method. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, *9*(1).

Muhtarulloh, F., Meirista, M., & Cahyandari, R. (2022). Penyelesaian Masalah Transportasi Menggunakan Metode Sumathi-Sathiya dan Metode Pendekatan Karagul-Sahin (KSAM). *Jurnal EurekaMatika*, *10*(1), 51–62.

Raharjo, W. S., & Wulan, E. R. (2017). Penggunaan Metode Maximum Supply With Minimum Cost untuk Mendapatkan Solusi Layak Awal Masalah Transportasi. *Jurnal Kubik*, *2*(2).

Rahayu, N., Muhtarulloh, F., & Nuraiman, D. (2023). Solusi optimal masalah transportasi biaya tetap menggunakan metode pendekatan tangga. *Majalah Ilmiah Matematika dan Statistika*, *23*(1), 27–34. https://doi.org/https://doi.org/10.19184/mims.v23i1.36402

Rohmah, M., Wulan, E. R., & Ilahi, F. (2019). Penentuan Rute Transportasi untuk Meminimalkan Biaya Menggunakan Metode Nearest Neighbor dan Nearest Insert (Studi Kasus dalam Pendistribusian Sandal di Tasikmalaya). *Kubik: Jurnal Publikasi Ilmiah winarso*

Safitri, E., Basriati, S., & Najmi, H. (2020). Penerapan Metode Branch and Bound dalam Optimalisasi Produk Mebel (Studi kasus: Toko Mebel di Jalan Marsan, Panam). *KUBIK: Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, *5*(1), 43–53.

Wahyuni. (2018). Penerapan Metode Branching Dalam Masalah Transportasi Untuk Meminimalkan Biaya Agar Persediaan Optimal (Studi Kasus PT.XYZ). In *Thesis, Fak. Mat. Kom. dan Sains., Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, ID,*.

Winarso, W. (2014). Pengaruh biaya operasional terhadap profitabilitas (ROA) PT Industri Telekomunikasi Indonesia (PERSERO). *Jurnal Ecodemica: Jurnal Ekonomi Manajemen dan Bisnis*, *2*(2), 258–271.